

## ДВОЯКОПЕРИОДИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА О ЗАРОЖДЕНИИ ТРЕЩИНЫ В ВОЛОКНЕ КОМПОЗИТОВ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СДВИГЕ\*

Р.К.Мехтиев<sup>1</sup>, А.К.Мехтиев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Азербайджанский Технический Университет

<sup>2</sup>Азербайджанский Государственный Университет Нефти и  
Промышленности

e-mail: [rafail60mehtiyev@mail.ru](mailto:rafail60mehtiyev@mail.ru)

**Резюме.** Построена математическая модель зарождения трещин в изотропном теле, ослабленном двоякопериодической системой круглых отверстий, при продольном сдвиге. Полагается, что по мере повышения интенсивности внешнего нагружения в перфорированном теле происходит зарождение трещин. Решение задачи о равновесии перфорированного тела при продольном сдвиге с зонами предразрушения сводится к решению одной бесконечной алгебраической системы и одного нелинейного сингулярного интегрального уравнения с ядром типа Коши. Из решения этих уравнений находятся усилия в зонах зарождения трещин. Условие появления трещины формулируется с учетом критерия предельного сдвига связей материала.

**Ключевые слова:** Двоякопериодическая решетка, средние напряжения, продольный сдвиг, линейные алгебраические уравнения, сингулярные уравнения.

**AMS Subject Classification:** 74-70M20.

### 1. Введение

Рассматривается случай, когда трещинообразование может произойти в волокне композита. Считается, что по мере возрастания интенсивности внешней нагрузки в сечении волокна образуется прослойка перенапряженного материала. В зоне повышенных напряжений могут возникать трещины.

Задача о зарождении трещины является важной проблемой теории прочности [1, 4, 5, 6, 7, 12]. Постановка задачи о трещинообразовании существенно расширяет первоначальную концепцию А. Гриффитса, согласно которой в материале всегда имеется большое количество мельчайших трещин. Зарождение трещин под нагрузкой соответствует данным фрактографических наблюдений. По мере увеличения интенсивности внешней нагрузки в волокне возникает зона предразрушения, которая моделируется областью с ослабленными межчастичными связями в материале. Взаимодействие берегов этой зоны моделируется путем введения между берегами зоны предразрушения связей с заданной диаграммой

---

\* Работа была представлена на семинаре Института Прикладной Математики 17.04.2018

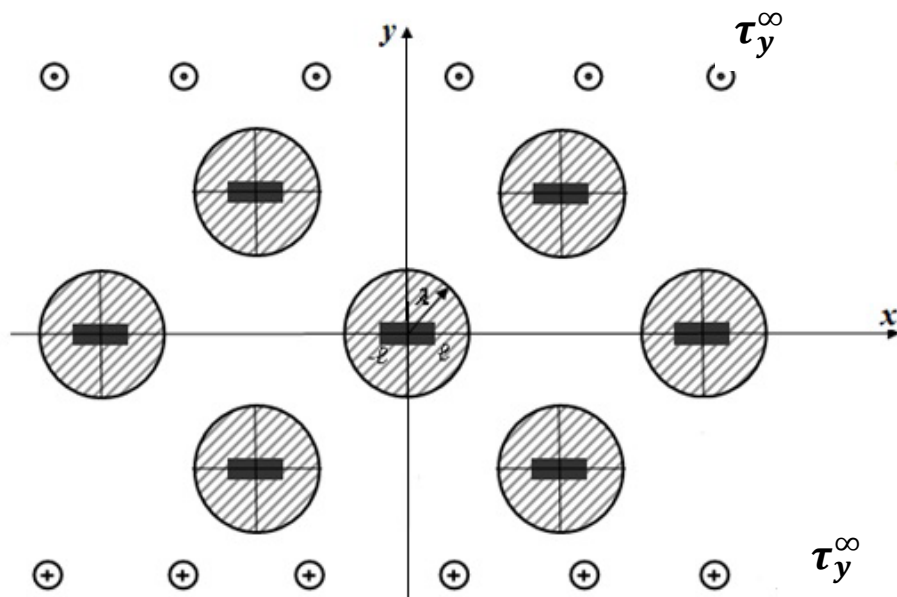
деформирования. Физическая природа таких связей и размер зон предразрушения зависят от вида материала. Поскольку указанная зона (прослойка перенапряженного материала) мала по сравнению с остальной частью сечения волокна, ее можно мысленно удалить, заменив разрезом, поверхности которого взаимодействуют между собой по некоторому закону, соответствующему действию удаленного материала. При этом размер зоны предразрушения заранее неизвестен и подлежит определению.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим анти плоскую деформацию неоднородного составного тела. Пусть имеется изотропная упругая плоскость (связующее), ослабленная периодической системой круговых отверстий, имеющих радиусы  $\lambda$  ( $\lambda < 1$ ) и центры в точках

$$P_{mn} = m\omega_1 + n\omega_2, \quad \omega_1 = 2, \quad \omega_2 = \omega_1 \cdot he^{i\alpha}, \quad h > 0, \quad \text{Im } \omega_2 > 0. \\ (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

Круговые отверстия связующего заполнены упругими шайбами (волокнами) из инородного упругого материала и спаяны вдоль обвода (рис. 1) На составное тело (композит) действуют напряжениями  $\tau_y = \tau_y^\infty$ ,  $\tau_x = 0$  (продольный сдвиг на бесконечности). Рассматривается случай, когда трещинообразование может произойти в волокне.



**Рис. 1. Расчетная схема задачи о зарождении трещины в волокне при продольном сдвиге**

Полагаем, что по мере возрастания интенсивности внешней нагрузки  $\tau_y^\infty$  в сечении волокна образуется прослойка перенапряженного материала. Зона предразрушения в сечении волокна моделируется областью с ослабленными межчастичными связями в материале.

Взаимодействие берегов этой области моделируется путем введения между берегами связей с заданной диаграммой деформирования. В силу симметрии граничных условий и геометрии области  $S$ , занятой связующей средой, напряжения являются двоякопериодическими функциями с основными периодами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . При деформировании кусочно-однородного тела смежные точки контуров на границе раздела сред будут иметь одинаковые перемещения, а усилия, действующие со стороны связующего на любую шайбу (волокно) будут равны по величине и противоположны по знаку усилиям, действующим на связующее со стороны шайбы. Так как решение для связующего должно обладать свойством периодичности, то достаточно рассмотреть условия сопряжения связующего с шайбой лишь вдоль контура отверстия  $L_{00}$  ( $\tau = \lambda \exp(i\theta)$ ).

При действии внешней нагрузки  $\tau_y^\infty$  на композит в связях, соединяющих берега зоны предразрушения в шайбе, возникают касательные усилия  $q_y(x)$ . Эти напряжения и размер зоны предразрушения заранее неизвестны и подлежат определению. Так как рассматриваемая задача механики разрушения о зарождении трещины в волокне сводится к решению однородного гармонического уравнения, то задача приводится к отысканию двух аналитических функций  $f_s(z)$ ,  $f_b(z)$  комплексного переменного  $z = x + iy$  в области, занятой сечением композита.

Здесь через  $f_b(z)$  обозначен комплексный потенциал волокна (включения), а через  $f_s(z)$  – потенциал связующего. Выражая напряжения и смещения через аналитическую функцию, граничные условия рассматриваемой задачи запишутся в следующем виде

$$f_s(\tau) + \overline{f_s(\tau)} = f_b(\tau) + \overline{f_b(\tau)} \quad (1)$$

$$\mu_s \frac{d}{ds} [f_s(\tau) - \overline{f_s(\tau)}] = \mu_b \frac{d}{ds} [f_b(\tau) - \overline{f_b(\tau)}]$$

$$f_b'(t) - \overline{f_b'(t)} = -2iq_y(t), \quad |t| \leq \ell \quad (2)$$

где  $\tau = \lambda e^{i\theta} + m\omega_1 + n\omega_2$ ,  $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $t$  – аффикс точек берегов зоны предразрушения;  $\mu_s$  и  $\mu_b$  – модуль сдвига материала связующего и волокна соответственно.

Основные соотношения поставленной задачи должны быть дополнены соотношением, связывающим сдвиг берегов зоны предразрушения и касательные усилия в связях. Без потери общности это соотношение представим в виде

$$w_b^+(x, 0) - w_b^-(x, 0) = C(x, q_y(x))q_y(x) \quad (3)$$

где функция  $C(x, q_y(x))$  – эффективная податливость связей;  $(w_b^+ - w_b^-)$  – сдвиг берегов зоны предразрушения в волокне.

После некоторых преобразований систему граничных условий (1) – (2) можно привести к следующему виду

$$\left(1 + \frac{\mu_b}{\mu_s}\right)f_b(\tau) + \left(1 - \frac{\mu_b}{\mu_s}\right)\overline{f_b(\tau)} = 2f_s(\tau) \quad (4)$$

$$f_b'(x) - \overline{f_b'(x)} = -2iq_y(x), \text{ при } y = 0, |x| \leq \ell \quad (5)$$

Для нахождения предельной величины внешней нагрузки  $\tau_y^\infty$ , при которой происходит зарождение трещины, постановку задачи необходимо дополнить критерием появления трещины. В качестве такого условия используем деформационный критерий разрушения. А именно, критерий критического сдвига берегов зоны предразрушения.

$$w^+ - w^- = \delta_{cr}, \quad (6)$$

где  $\delta_{cr}$  – характеристика сопротивления материала волокна трещинообразованию.

Согласно условию (6), как только сдвиг берегов зоны предразрушения достигнет критического значения для данного материала, произойдет появление трещины.

### 3. Решение краевой задачи

Решение краевой задачи (4) – (5) ищем в следующем виде

$$f_s(z) = f_1(z), \quad f_1'(z) = F_1(z) = \tau_y^\infty + \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} \rho^{(2k)}(z)}{(2k+1)!} \quad (7)$$

$$f_b(z) = f_{1b}(z) + f_{2b}(z), \quad f_{1b}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{2k} \frac{z^{2k+1}}{2k+1} \quad (8)$$

$$f_{2b}(z) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{g(t) dt}{t - z},$$

где  $g(t)$  – искомая функция.

$$g(x) = \frac{\mu_b}{2} \frac{d}{dx} [w_b^+(x, 0) - w_b^-(x, 0)] \quad \text{на } |x| \leq \ell \quad (9)$$

К основным представлениям (7)–(9) следует добавить дополнительное условие, вытекающее из физического смысла задачи

$$\int_{-\ell}^{\ell} g(t) dt = 0 \quad (10)$$

Неизвестная функция  $g(x)$  и постоянные  $a_{2k}$ ,  $\alpha_{2k}$  должны быть определены из граничных условий (4) – (5).

Для составления уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $a_{2k}$  представим граничное условие (4) в следующем виде

$$\left(1 + \frac{\mu_b}{\mu_s}\right) f_{1b}(\tau) + \left(1 - \frac{\mu_b}{\mu_s}\right) \overline{f_{1b}(\tau)} = 2f_s(\tau) + \varphi(\theta), \quad (11)$$

где 
$$\varphi(\theta) = -\left(1 + \frac{\mu_b}{\mu_s}\right) f_{2b}(\tau) - \left(1 - \frac{\mu_b}{\mu_s}\right) \overline{f_{2b}(\tau)} \quad (12)$$

Относительно функции  $\varphi(\theta)$  считаем, что она разлагается на контуре  $\tau = \lambda e^{i\theta}$  в ряд Фурье. Этот ряд имеет вид

$$\varphi(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} B_{2k} e^{2ki\theta}, \quad \text{Re } B_{2k} = 0 \quad (13)$$

$$B_{2k} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(\theta) e^{-2ki\theta} d\theta, \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Подставив сюда функцию  $\varphi(\theta)$ , согласно (12) с учетом (8), и поменяв порядок интегрирования, после вычисления интегралов с помощью теории вычетов, находим

$$B_{2k} = -\frac{1}{\pi i} \int_{-\ell}^{\ell} g(t) f_{2k}(t) dt, \quad (14)$$

$$f_0(t) = -\frac{1}{t}, \quad f_{2k}(t) = \left(1 - \frac{\mu_b}{\mu_s}\right) \frac{\lambda^{2k}}{(2k)! t^{2k}} + \left(1 + \frac{\mu_b}{\mu_s}\right) \frac{\lambda^{2k}}{(2k)! t^{2k}},$$

$$f_{-2k}(t) = -\left(1 - \frac{\mu_b}{\mu_s}\right) \frac{\lambda^{2k}}{2t^{2k+1}}$$

Подставив в граничное условие (11) вместо функций  $f_{1b}(z)$ ,  $f_1(z)$  разложения в ряды Лорана в окрестности нулевой точки, а вместо  $f_{2b}(z)$  ряд Фурье и сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $\exp(i\theta)$ , получаем совокупность бесконечных линейных алгебраических уравнений

$$\frac{1}{4} a_0 g_1 = \tau_y^\infty + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{2k+2} \lambda^{2k+2} r_{0,k} + \frac{B_0}{\lambda}, \tag{15}$$

$$\frac{\bar{a}_0}{4} g_2 = -\alpha_2,$$

$$\frac{1}{4} a_{2k} g_1 = \lambda^2 \alpha_{2k,0} + \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_{2p+2} \lambda^{2p+2} r_{p,k} + \frac{B_{2k}}{2\lambda^{2k+1}},$$

$$\frac{\bar{a}_{2k}}{4} \lambda^{2k} g_2 = -\alpha_{2k+2},$$

Здесь  $g_1 = 2\left(1 + \frac{\mu_b}{\mu_s}\right)$ ,  $g_2 = 2\left(1 - \frac{\mu_b}{\mu_s}\right)$ ,  $r_{p,k} = \frac{(2p+2k+1)! g_{p+k+1}^*}{(2p)!(2k+1)! 2^{2p+2k+1}}$ ,

$$r_{0,0} = 0, \quad g_{p+k+1}^* = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^{2(p+k+1)}}.$$

Для определения неизвестной функции  $g(x)$  в нашем распоряжении имеется граничное условие (5).

Требуя, чтобы функции (7) – (8) удовлетворяли граничному условию (5) на берегах зоны предразрушения, после некоторых выкладок, получаем сингулярное интегральное уравнение относительно искомой функции  $g(x)$ :

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{g(t) dt}{t-x} - \text{Im}[f'_{1b}(x)] = q_y(x), \quad |x| < \ell. \tag{16}$$

Чтобы перейти к стандартному отрезку интегрирования  $[-1, 1]$  сделаем замену переменных

$$x = \eta \ell, \quad t = \tau \ell.$$

В результате преобразованное уравнение (1.64) принимает вид

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g_*(\tau) d\tau}{\tau - \eta} - \text{Im}[f'_{1b}(\eta\ell)] = q_y(\eta). \quad (17)$$

Решение сингулярного интегрального уравнения представим в следующем виде

$$g_*(\eta) = \frac{g_0(\eta)}{\sqrt{1 - \eta^2}}, \quad (18)$$

где функция  $g_0(\eta)$  заменяется интерполяционным многочленом Лагранжа, построенным по чебышевским узлам.

Использование квадратурных формул [2, 4] позволяет свести интегральное уравнение (17) к конечной алгебраической системе уравнений относительно приближенных значений  $g_*(\eta_k)$  искомой функции в узловых точках

$$\sum_{k=1}^n A_{m,k} g_{*k} - \frac{1}{2} \text{Im}[f'_{1b}(\eta_m)] = q_y(\eta_m) \quad (m = 1, 2, \dots, M - 1). \quad (19)$$

Здесь 
$$A_{m,k} = \frac{1}{2M} \left[ \frac{1}{\sin \theta_m} \text{ctg} \frac{\theta_m + (-1)^{|m-k|} \theta_k}{2} \right], \quad g_*(\eta_k) = g_{*k}.$$

К системе (1.67) необходимо добавить дополнительное уравнение (1.58), которое в дискретной форме принимает вид

$$\sum_{k=1}^M g_{*k} = 0. \quad (20)$$

В правую часть полученной системы (19) входят неизвестные значения касательных напряжений  $q_y(\eta_m)$  в узловых точках, принадлежащих зоне предразрушения. Неизвестные касательные напряжения в связях  $q_y(\eta_m)$  определяются из дополнительного условия (3). Используя полученное решение, имеем

$$g(x) = \frac{\mu_b}{2} \frac{d}{dx} [C(x, q_y(x)) q_y(x)] \quad (21)$$

Требую выполнения условий (21) в узловых точках, принадлежащих зоне предразрушения, получим еще одну систему из  $M$  уравнений для определения приближенных значений  $q_y(\eta_m)$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ). При этом используется метод конечных разностей.

$$\frac{4\ell}{\mu_b M} g(x_m) = C(x_{m+1}, q_{y,m+1}) q_{y,m+1} - C(x_{m-1}, q_{y,m-1}) q_{y,m-1}, \quad (22)$$

$$q_{y,m} = q_y(\tau_m), \quad x_{m+1} = \ell \eta_{m+1}, \quad \tau_m = \cos \theta_m, \quad \eta_m = \cos \theta_m, \quad \theta_m = \frac{2m-1}{2M} \pi, \\ (m=1, 2, \dots, M).$$

Полученная система уравнений (19), (20), (22) является связанной с бесконечными системами (15), в которых вместо  $B_{2k}$  подставлена квадратурная формула

$$B_{2k} = -\frac{\ell}{M} \sum_{k=1}^M g_{*k} f_{2k}(\tau_k).$$

Так как в композите напряжения ограничены, то решение сингулярного интегрального уравнения следовало бы искать в классе всюду ограниченных функций (напряжений). Следовательно, к (19)–(20) следует добавить условия ограниченности напряжений у вершин зоны предразрушения (условия разрешимости краевой задачи в классе всюду ограниченных функций).

Записывая это условие в дискретной форме, имеем

$$\sum_{k=1}^M (-1)^k g_{*k} \operatorname{ctg} \frac{\theta_k}{2} = 0. \quad (23)$$

Система уравнений (15), (19)–(20), (22), (23) полностью определяет решение поставленной задачи. Из-за того, что размер зоны предразрушения неизвестен, объединенная алгебраическая система уравнений (15), (19)–(20), (22), (23) является нелинейной даже при линейном законе деформирования связей. Для ее решения используется метод последовательных приближений.

В случае нелинейного закона деформирования связей при определении касательных напряжений в зоне предразрушения используется также итерационный алгоритм, подобный методу упругих решений [8]. Считается, что закон деформирования межчастичных связей в зоне предразрушения линейный при  $w_b^+ - w_b^- \leq W_*$ . Первый шаг итерационного процесса счета состоит в решении системы уравнений для линейно-упругих связей. Следующие итерации выполняются только в случае, если на части зоны предразрушения имеет место неравенство  $w_b^+ - w_b^- > W_*$ . Для таких итераций решается система уравнений в каждом приближении для квазиупругих связей с изменяющейся вдоль берегов зоны предразрушения и зависящей от величины касательных напряжений в связях эффективной податливости, которая вычислена на предыдущем шаге расчета. При этом расчет эффективной податливости проводился подобно определению текущего модуля в методе переменных параметров упругости [9].

В численных расчетах полагалось  $\mu_b/\mu_s = 25$ ;  $M = 30$ , что соответствует разбиению интервала интегрирования на 30 чебышевских узлов. В результате численного расчета найдена зависимость длины зоны



предразрушения, касательного напряжения в связях и сдвиг противоположных берегов зоны предразрушения от параметра нагружения  $\tau_y^\infty$ .

Для нахождения предельно равновесного состояния зоны предразрушения, при котором появляется трещина в волокне, используем условие (6).

На основании полученного решения задачи нелинейной механики разрушения условием, определяющим критическую внешнюю нагрузку, при которой в точке  $x = x_0$  образуется трещина, являются

$$C(x_0, q_y(x_0))q_y(x_0) = \delta_{cr} \quad (24)$$

Решение объединенной алгебраической системы (15), (19)–(20), (22), (23) и условия (24) позволяет найти критическое значение внешней нагрузки  $\tau_y^\infty$ , размер зоны предразрушения и касательные напряжения в связях в состоянии предельного равновесия, при котором в волокне композита, образуется трещина.

#### 4. Численные результаты и их анализ

В правую часть полученной системы (15) входят неизвестные значения касательных напряжений  $q_x(\eta_m)$  в узловых точках, принадлежащих зоне предразрушения. Неизвестные касательные напряжения в связях  $q_x(\eta_m)$ , возникающие на берегах зоны предразрушения, определяются из дополнительного условия (3). Используя построенное решение рассматриваемой задачи, уравнение (3) представим в виде

$$g(x) = -\frac{2i\mu_b}{1 - k_s} \frac{d}{dx} [C(x, q_x(x))q_x(x)] \quad (25)$$

Это дифференциальное уравнение служит для нахождения касательных напряжений в связях. Для построения недостающих уравнений требуем выполнения условий (25) в узловых точках. При этом используем метод конечных разностей. В результате получим еще одну систему из  $n$  уравнений для определения приближенных значений  $q_x(\eta_m)$  ( $m = 1, 2, \dots, n$ ). Так как в составном теле напряжения ограничены, то решение сингулярного интегрального уравнения (16) следовало бы искать в класс всюду ограниченных функций. Следовательно, к полученным системам следует добавить условие ограниченности напряжений у вершин зоны предразрушения

$$\sum_{k=1}^M (-1)^k p_k^0 \operatorname{ctg} \frac{\theta_k}{2} = 0.$$

Для численной реализации изложенного метода были выполнены расчеты. Для решения объединенной системы уравнений применялся метод редукции, т. е. усечение до конечного числа неизвестных и уравнений. Каждая из бесконечных систем урезалась до пяти уравнений. В численных расчетах полагалось  $n = 20$  и  $n = 30$ , что отвечает разбиению интервала на 20 и 30 чебышевских узлов. Так как размер зоны предразрушения  $l$  неизвестен, то разрешающая объединенная алгебраическая система уравнений задачи является нелинейной даже при линейном законе деформирования связей. Для ее решения при линейных связях использовали обратный способ. В каждом приближении решалась объединенная алгебраическая система методом Гаусса. В случае нелинейного закона деформирования связей для определения касательных напряжений в зоне предразрушения использовался также итерационный алгоритм, подобный методу упругих решений [11]. Считается, что закон деформирования межчастичных связей в зоне предразрушения линейный при  $(u^+ - u^-) \leq \delta_*$ . Нелинейная часть кривой деформирования связей аппроксимировалась билинейной зависимостью [9], восходящий участок которой соответствовал деформированию с их максимальным усилием связей. При  $(u^+ - u^-) > \delta_*$  закон деформирования описывался нелинейной зависимостью, определяемой точками  $(\delta_*, \tau_*)$  и  $(\delta_c, \tau_c)$ , причем при  $\tau_c \geq \tau_*$  имела место возрастающая линейная зависимость (линейное упрочнение, соответствующее упругопластической деформации связей). В результате численного расчета найдена зависимость длины зоны предразрушения, касательные напряжения в связях и сдвиг противоположных берегов зоны предразрушения в волокне от параметра нагружения  $\tau_y^\infty$ .

Для определения предельного равновесного состояния зоны предразрушения, при котором происходит трещинообразование в волокне композита, использовали условие (6). Используя полученное решение, условием, определяющим предельную внешнюю нагрузку, при которой в точке  $x = x_0$  происходит критический сдвиг межчастичных связей материала волокна, будет

$$C(x_0, q_x(x_0)) q_x(x_0) = \delta_{cr}. \quad (26)$$

Решение объединенной алгебраической системы и критерия (26) позволяет определить критическое значение внешней нагрузки, размер зоны предразрушения и касательных напряжений в связях в состоянии предельного равновесия, при котором в волокне композита появляется трещина.

На основании численных расчетов были построены (рис. 2) графики зависимости критической (продольной) нагрузки  $\tau^* = \tau_{xy}^\infty / \tau_*$  от длины зоны предразрушения  $l_* = l / \lambda$  для различных значений радиуса сечения волокна.

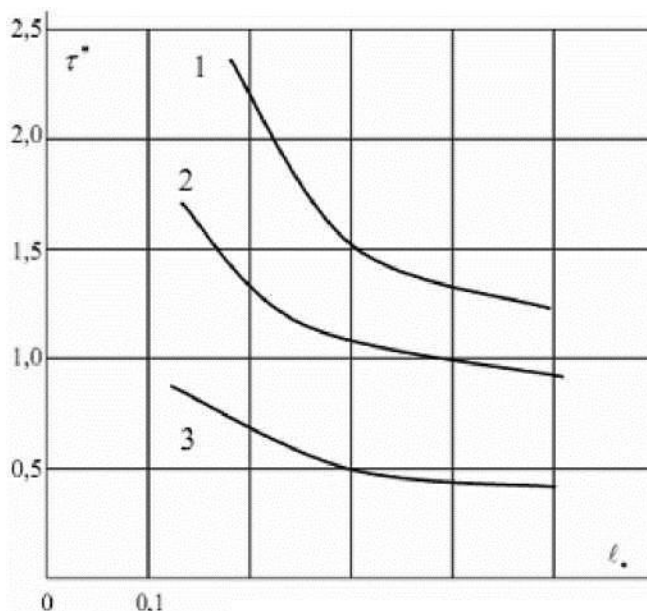


Рис. 2. Зависимости распределения критической внешней нагрузки

$$\tau^* = \tau_y^\infty / \tau_*$$

от безразмерной длины зоны предразрушения  $l_* = l / \lambda$  для некоторых значений радиуса сечения волокна  $\lambda = 0,2 - 0,4$  (кривые 1-3)

## Выводы

Анализ предельно равновесного состояния композита при поперечном сдвиге, когда в волокне зарождается трещина, сводится к параметрическому исследованию объединенной алгебраической системы и критерия появления трещины сдвига (26) при различных законах деформирования связей, упругих постоянных материалов и геометрических характеристик составного тела. Непосредственно из решения полученных алгебраических систем определяются усилия в связях и сдвиг берегов зон предразрушения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ladopoulos E.G. Singular Integral Equations, Linear and Non-Linear Theory and its Applications in Science and Engineering, New York, Berlin: Springer Verlag. 2000, 547 p.
2. Mextiyev R.K., Namazova Z.A. Combination of ceramic research of the mechanism of contact materials. International Conference On Thermophysical and Mechanical Properties of Advanced Materials, Baku 2015.

3. Vaghari A.R. Nucleation of cracks in a perforated heart – releasing material with temperature – dependent elastic properties, V.53, N.7, 2012, pp.589-598.
4. Болотин В.В. Механика зарождения и начального развития усталостных трещин, Физикохимии. механика материалов, Т.22, N.11, 1986, сс.18-23.
5. Гольдштейн Р.В. Моделирование трещиностойкости композиционных материалов, Вычисл. механика сплошных сред, Т.2, N.2, 2009, сс.22-39.
6. Ильюшин А.А. Пластичность, М.: ЛОГОС, 2004, 376 с.
7. Мамедов А.Т., Мехтиев Р.К. Моделирование волокнистого композита, армированного однонаправленными ортотропными волокнами, ослабленного прямолинейными трещинами при продольном сдвиге Механика композиционных материалов и конструкций, Т.23, N.4, октябрь – декабрь 2017, сс.579-591.
8. Мехтиев Р.К. Продольный сдвиг тел со сложной структурой ослабленной прямолинейными трещинами, Строительная механика и расчет сооружений, ISSN 0039–2383, N.5, 2017, сс.69-72.
9. Мехтиев Р.К., Намазова З.А. Цены на иностранные силы при определении элементарных порошковых частиц, Международная конференция по теплофизическим и механическим свойствам передовых материалов, Баку, 2015.
10. Мехтиев Р.К., Джафарова С.А., Абдулазимова Е.А. Взаимодействие двоякопериодической системы ортотропного включений и прямолинейных трещин при поперечном сдвиге, Miedzynarodowe czasopismo naukowe, Коллоквиум-журнал, Czesc 1 Warszawa, Polska, V.13, N.2, 2018,
11. Мирсалимов В.М. Неодномерные упругопластические задачи М.: Наука, 1987, 256 с.
12. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости, М.: Наука, 1966, 707 с.
13. Шевелев В.В., Карташов Э.М. Некоторые статистические аспекты хрупкого разрушения и долговечности полимеров, Материалы с трещинами, Высокомолекулярные соединения, Т.39, N.2, 1997, сс.371-381.

### **The dual-periodic problem of the creation of a crack in a fiber of composites in a long-distance shift**

**R.K. Mehtiyev<sup>1</sup>, A.K. Mehtiyev<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Azerbaijani Technical University

<sup>2</sup>Azerbaijani State University of Oil and Industry

e-mail: rafail60mehtiyev@mail.ru

## ABSTRACT

A mathematical model of the nucleation of cracks in an isotropic body, weakened by a doubly periodic system of circular holes, is constructed with longitudinal shear. It is believed, that as the intensity of external loading increases in the perforated body there is a nucleation of cracks. The solution of the problem of the equilibrium of a perforated body with longitudinal shear with pre-destruction zones reduces to solving one infinite algebraic systems and one nonlinear singular integral equations with a kernel of the Cauchy type. From the solution of these equations, there are efforts in the zones of nucleation of cracks. The condition for the appearance of a crack is formulated taking into account the criterion of the limiting shift of the material bonds.

**Keywords:** doubly periodic lattice, mean stresses, longitudinal shear, linear algebraic equations, singular equations.

## REFERENCES

1. Bolotin V.V. Mekhanika zarozhdeniya i nachalnoqo razvitiye ustalosti treshin, Fiziko-khomii mekhanika materialov, V.2, N.1, 1986, s.18-22 (Bolotin V.V. Mechanics of nucleation and initial development of fatigue cracks Physicochemistry. mechanics of materials, V.2, N.1, 1986, pp.18- 22) ( in Russian).
2. Goldstein R.V. Modelirovanie trehinostoykosti kompozitsionnikh materialov, V.2, N.2, 2009, pp.22-39 (Goldstein R.V. Modeling of the Crack Resistance of Composite Materials, V.2, N.2, 2009, pp. 22-39) ( in Russian).
3. Ilyushin A.A. Plastichnost, M.: LOGO, 2004, 376 p.( Ilyushin A.A. Plasticity, M.: LOGO, 2004,376 p.) ( in Russian).
4. Ladopoulos G.Q. Singulyarniye integralniye uravneniya, lineynaya i nelineynaya teoriya i yeyo prilozheniya v nauke i tekhnike, Nyu-York, Berlin: Springer Verlag. 2000, 547 s. (Ladopoulos E.G. Singular integral Equations, Linear and Non-Linear Theory and its Applications in Science and Engineering, New York, Berlin: Springer Verlag. 2000, 547 p.) ( in Russian).
5. Mekhtiyev R.K. Prodolniy sdviq tel so slojnyoy strukturoy oslablennoy pryamolineynimi trehinami, Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy, ISSN 0039–2383, N.5, 2017, s.69–72. (Mekhtiev R.K. Longitudinal displacement of bodies with a complex structure weakened by rectilinear cracks. Construction mechanics and calculation of structures, ISSN 0039-2383, N.5, 2017, pp.69-72) (in Russian).
6. Mamedov A.T., Mekhtiyev R.K. Modelirovanie voloknistoqo kompozita, armirovannoqo odnonapravlennimi ortotropnimi voloknami, oslablennoqo pryamolineynimi trehinami pri prodolnom sdvige. Mekhanika kompozitsionnikh materialov i konstruksy, V.23, N.4, 2017,

- s.579–591 (Mamedov A.T, Mekhtiev R.K. Modeling of a fibrous composite reinforced with unidirectional orthotropic fibers weakened by rectilinear fractures under longitudinal shear Mechanics of composite materials and structures, V.23, N.4, 2017, pp.579-591) (in Russian).
7. Mekhtiyev R.K., Djafarova S.A., Abdulazimova E.A. Vzaimodeystvie dvoyakoperiodicheskoy sistemi ortotropnoqo vklyuchenyi i pryamolineynikh trehin pri poperechnom sdvige. Miedzynarodowe czasopismo naukowe, Kollokvium-jurnal, V.13, N.2, 2018 (Mekhtiev R.K., Dzhafarova S.A., Abdulazimova E.A. Interaction of a doubly periodic system of orthotropic inclusions and rectilinear cracks under transverse shear Miedzynarodowe czasopismo naukowe, Colloquium-journal, V.13, N.2, 2018) ( in Russian).
  8. Mekhtiyev R.K., Namazova Z.A. Tseni na peredniye sili pri opredelenii glementarnikh chastits poroshka. Mejdunarodnaya konferentsiya po teplofizicheskim i mekhanicheskim svoystvam peredovikh materialov, Baku, 2015 (Mekhtiev R.K., Namazova Z.A. Combination of the ceramic materials of the contact of materials. International Conference on Thermophysical and Mechanical Properties of Advanced Materials, Baku, 2015) ( in Russian).
  9. Mekhtiyev R.K., Namazova Z.A. Kombinayushiy keramicheskikh issledovaniy mekhaniki kontaktnikh materialov. Mejdunarodnaya konferentsiya po teplofizicheskim i mekhanicheskim svoystvam peredovikh materialov, Baku, 2015(Mekhtiev R.K., Namazova Z.A. Combination of ceramic research of the mechanizm of contact materials. International Conference On Thermo physical and Mechanical Properties of Advanced Materials, Baku, 2015) ( in Russian).
  10. Muskhelishvili N.Ī. Nekotoriye osnovniye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti, M.: Nauka, 1966, 707 s. (Muskhelishvili N.I. Some basic problems of the mathematical theory of elasticity, M.: Science, 1966, 707 p.) ( in Russian).
  11. Mirsalimov V.M. Neodnomerniye uprugoplasticheskiye zadachi, M.: Nauka, 1987, 256 s. (Mirsalimov V.M. Non-dimensional elastic-plastic problems, M.: Science,1987, 256 p.) ( in Russian).
  12. Shevelev V.V., Kartashov G.M. Nekotoriye statisticheskie aspekti khrupkoqo razrusheniya i dolqovechnosti polimerov, Materiali s trehinami, Visokomolekulyarnie soedineniya, V.39, N.2, 1997, s.371 - 381 (Shevelev V.V., Kartashov E.M. Some statistical aspects of brittle

- fracture and the durability of polymers: cracked materials, Polymer science, V.39, N.2, pp. 82 -91) (in Russian).
13. Vaqari A.R. Zarojdenie trehin v perforirovannom serdyuevinovom materiale s zavisyashimi ot temperaturi upruqimi svoystvami, J. Appl. Mex. Tech. Phys., V.53, N.7, 2012, s.589-598 (Vaghari A.R. Nucleation of cracks in a perforated heart-releasing material with temperature-dependent elastic properties, J. Appl. Mech. Tech. Phys., V.53, N.7, 2012, pp.589-598) (in Russian).